

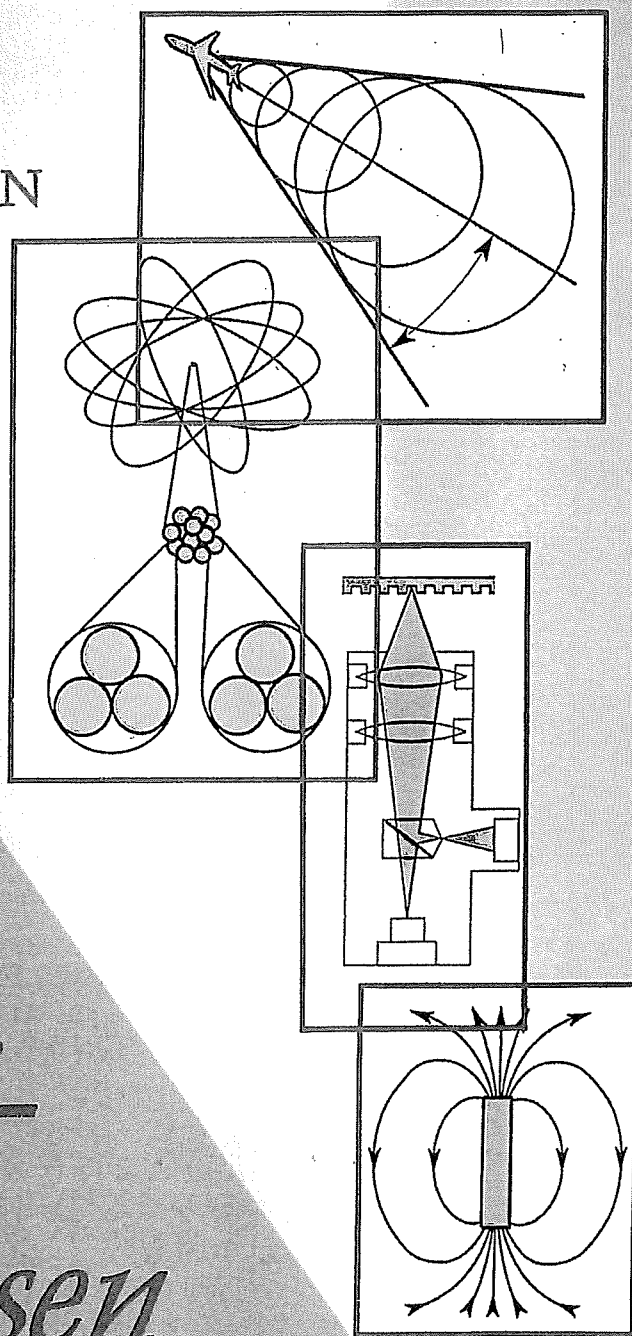
MIKKO MÄKELÄ  
RIITTA MÄKELÄ  
OLAVI SILTANEN

2

*Insiinööri-  
koulutuksen*

FYSIIKKA

 **Tammertekniikka**



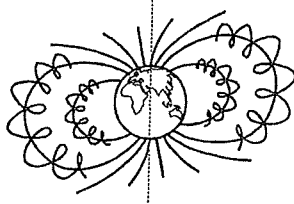
MIKKO MÄKELÄ - RIITTA MÄKELÄ - OLAVI SILTANEN

INSINÖÖRIKOULUTUKSEN

# FYSIIKKA 2

5. painos

 **Tammertekniikka**



Kaikki oikeudet pidätetään. Tämän julkaisun jäljentäminen ilman tekijän kirjallista lupaa on tekijänoikeuslain mukaisesti kielletty.



Copyright

Kirjoittajat

Mikko Mäkelä  
Riitta Mäkelä  
Olavi Siltanen

Kustantaja

Tammertekniikka  
Hippoksenkatu 21  
33530 Tampere  
Puhelin 03 261 1612  
Telefax 03 253 0306  
e-mail [tammerte@sci.fi](mailto:tammerte@sci.fi)

Kansi

Terttu Salmelin

Taitto

Kirjoittajat

Oikoluku

Terttu Salmelin

Kuvat

Olavi Siltanen

ISBN

951-9004-55-6

Painopaikka

Gummerus Kirjapaino Oy  
Jyväskylä 2002

---

## **Kolmannen painoksen alkusanat**

INSINÖRIKOULUTUKSEN FYSIIKKA 2 on jatko kirjan ensimmäiselle osalle ja sisältää sähköopin, värähdys- ja aaltoliikeopin, valo-opin, atomi- ja ydinfysiikan sekä puolijohteita käsittelevän luvun. Itsenäisen opiskelun tueksi kirjassa on lukuisia valmiiksi ratkaistuja malliesimerkkejä, jotka selventävät teoriaa. Kaikkien tehtävien tulokset löytyvät kirjan lopusta. Kunkin luvun lopussa on kysymyksiä. Kysymyksiin ei välttämättä aina ole täsmällistä vastausta, mutta niiden avulla pyritään siihen, että opiskelijat keskenään pohtisivat luonnontieteisiin liittyviä ongelmia. Nämä sopivat esimerkiksi ryhmätöiksi.

ANTOISIA OPISKELUHETKIÄ!

Tampereella lokakuussa 1997

Mikko Mäkelä  
FL

Riitta Mäkelä  
TkL

Olavi Siltanen  
FT

## **Neljännän painoksen alkusanat**

Tähän painokseen on lisätty aakkosellinen hakemisto ja korjattu havaittuja painovirheitä.

Tampereella lokakuussa 2000

Tekijät

# Sisällys

## 14 Sähköstatiikka

- 14.1 Sähkövaraus 7
- 14.2 Coulombin laki 8
- 14.3 Sähkökenttä 10
- 14.4 Potentiaali 18
- 14.5 Kondensaattorit 23

## 15 Tasavirtapiiri

- 15.1 Tasavirta 33
- 15.2 Resistanssi, Ohmin laki 34
- 15.3 Sähkövirran teho 37
- 15.4 Tasavirtapiiri 39
- 15.5 RC-piiri 47
- 15.6 Sähköturvallisuus 50

## 16 Magneettikenttä

- 16.1 Magneettikentän vaikutus liikkuvaan varaukseen 56
- 16.2 Magneettikentän vaikutus virtajohtimeen 63
- 16.3 Sähkövirran magneettikenttä 67
- 16.4 Magnetismi aineessa 74

## 17 Sähkömagneettinen induktio

- 17.1 Magneettivuo 82
- 17.2 Faradayn induktiolaki 84
- 17.3 Induktanssi 90
- 17.4 RL-piiri 93
- 17.5 Magneettikentän energia 96

## 18 Vaihtovirtapiirit

- 18.1 Tehollisarvot 101
- 18.2 Osoitinlaskenta 102
- 18.3 Vastus vaihtovirtapiirissä 104
- 18.4 Kondensaattori vaihtovirtapiirissä 105
- 18.5 Käämi vaihtovirtapiirissä 107

- 18.6 RLC-sarjapiiri 108
- 18.7 Vaihtovirran tehot 111
- 18.8 Muuntaja 113
- 18.9 Kolmivaihejärjestelmä 114

## 19 Värähdysliike

- 19.1 Vaimenematon värähtely 119
- 19.2 Vaimenematon pyörähtely 123
- 19.3 Vaimeneva värähtely 126
- 19.4 Pakkovärähtely 129

## 20 Aaltoliike

- 20.1 Harmoninen aalto 137
- 20.2 Aaltoliikkeiden interferenssi 142
- 20.3 Seisova aaltoliike 145
- 20.4 Aaltorintamat, vaimeneminen 150
- 20.5 Dopplerin ilmiö 154
- 20.6 Lissajous'n kuviot 157

## 21 Äänioppi

- 21.1 Ääni 161
- 21.2 Äänen intensiteetti ja äänenpainetaso 164
- 21.3 Äänen eristäminen 169
- 21.4 Huoneakustiikka 171
- 21.5 Melu 173
- 21.6 Ultraääni 174

## 22 Sähkövärähtelyt ja

### sähkömagneettiset aallot

- 22.1 Värähtelypiiri 178
- 22.2 Sähkömagneettiset aallot 183

## 23 Fysikaalinen optiikka

- 23.1 Heijastuminen ja taittuminen 190
- 23.2 Polarisaatio 194
- 23.3 Valon interferenssi 197

## **24 Sädeoptiikka**

- 24.1 Peilit 206
- 24.2 Linssit 209
- 23.3 Optiset kojeet 215

## **25 Fotometria**

- 25.1 Valon luonne 223
- 25.2 Valoteknisiä peruskäsitteitä 224
- 25.3 Fotometrian lakeja 227

## **26 Fotonit ja energiatasot**

- 26.1 Kvanttiteorian perusteet 232
- 26.2 Suhteellisuusteoria, aineäallot 235
- 26.3 Fotonin ja aineen vuorovaikutuksia 237
- 26.4 Vetyatomi 241
- 26.5 Atomien energiatilat 243
- 26.6 Röntgensäteily 247
- 26.7 Fotonisuihkun heikentyminen aineessa 251

## **27 Ydinfysiikka**

- 27.1 Atomiytimen rakenne 257
- 27.2 Sidosenergia 260
- 27.3 Radioaktiivisuus 261
- 27.4 Säteilylajit 266
- 27.5 Säteilyn ja materian vuorovaikutus 270
- 27.6 Säteilyn ilmaisimet 272
- 27.7 Säteilyn mittauksissa käytettäviä suureita 274
- 27.8 Säteilyn käyttö 277
- 27.9 Ydinreaktiot 280
- 27.10 Ydinenergia, reaktorit 282

## **28 Puolijohteet**

- 28.1 pn-liitos 291
- 28.2 Diodit 294
- 28.3 Transistorit 296
- 28.4 Kiinteiden aineiden vyöteoria ja puolijohteet 297

**Tehtävien tulokset 301**

**Taulukot 306**

## 14 Sähköstatiikka

*Sähköstatiikka* käsittelee ilmiöitä ja tapahtumia, joita paikallaan olevat sähkövaraukset saavat aikaan. Näihin kuuluvat esimerkiksi sähköisku, jonka saat koskettaessasi ovenkahvaa, ritinä hiuksia kammattessasi ja salamointi. Monissa tekniikan sovelluksissa hyödynnetään sähköstatiikkaa: television kuvaputkessa, kopiointikoneessa ja pintakäsittelyssä. Toisaalta varausten kerääntyminen, ns. hankaussähkö, aiheuttaa ongelmia paperikoneissa, myllyissä ja kutomoissa sekä käsiteltäessä elektroniikan komponentteja ja räjähtäviä aineita. Sähkön luonnetta koskevat ensimmäiset tutkimukset tehtiin jo satoja vuosia sitten hankaamalla eri materiaaleja toisiinsa, esimerkiksi lasisauvaa silkkiin ja meripihkaa turkikseen. Tässä luvussa tutustutaan sähköstatiikan keskeisiin käsitteisiin kuten *varaus*, *sähkökenttä* ja *potentiaali* sekä joihinkin sovelluksiin. Sähköstatiikka on pohjana koko sähkötekniikalle.

### 14.1 Sähkövaraus

**Varaus  $Q$**

$$[Q] = C = As$$

**Varauksen kvantittuminen**

Kokeellisissa tutkimuksissa on havaittu, että sähkövarauksia on kahta lajia. Varauksia on alettu nimittää *positiiviseksi* ja *negatiiviseksi* varauksiksi. Kun silkillä hangataan lasisauvaa, tulee lasisauva varatuksi positiivisesti ja silkki negatiivisesti. Kun meripihkasauvaa hangataan turkiksella, tulee sauva negatiivisesti varatuksi ja turkis positiivisesti. Mitä oikein tapahtui?

Itse asiassa sähkövarauksesta ei voida sanoa, *mitä* se on. Sen vaikutuksista ympäristöön voidaan kuitenkin päätellä sen ominaisuuksia. On mm. havaittu, että varaus esiintyy *alkeisvarauksen*  $e$  positiivisena tai negatiivisena monikertana. Negatiivinen varaus muodostuu elektroneista ja positiivinen protoneista. Aineen sähkövaraus on positiivisten ja negatiivisten varausten summa.

Sähkövarauksen yksikkö on *coulombi*,  $C$ . Coulombi määritellään SI-järjestelmän perusyksikön *ampeerin*,  $A$ , avulla:

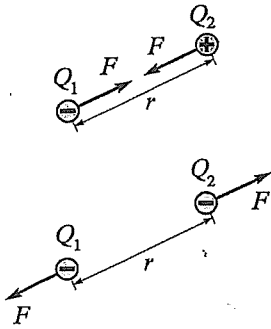
Yhden coulombin suuruinen varaus kulkee johtimen poikkileikkauksen läpi sekunnissa, kun johtimessa kulkeva sähkövirta on yksi ampeeri. Eli  $1 C = 1 As$ . Alkeisvaraus

$$e = 0,1602 \cdot 10^{-18} C.$$

**Varauksen säilymisen laki**

Varauksista on myös todettu, että eristetyn systeemin varaus säilyy vakiona. Esimerkiksi alunperin sähköisesti *neutraalien* kappaleiden hankautuessa toisiaan vastaan, kappaleisiin muodostuu yhtä suuret mutta erimerkkiset varaukset.

## 14.2 Coulombin laki



Kuva 14-1. Varaukset kohdistavat toisiinsa yhtä suuret mutta vastakais-suuntaiset voimat.

Ranskalainen Charles Coulomb julkaisi 1700-luvun lopulla tutkimuksen, joka koski sähkövarausten välisiä voimia. Hän havaitsi, että

*voima, jonka pistemäiset varaukset kohdistavat toisiinsa on suoraan verrannollinen varauksiin ja kääntäen verrannollinen varausten välisen etäisyyden neliöön.*

Kaavana tämä kirjoitetaan

$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

missä  $k$  on väliaineesta riippuva vakio, kuva 14-1. Varausten toisiinsa kohdistamat voimat ovat aina yhtä suuret, mutta vastakais-suuntaiset Newtonin kolmannen lain mukaan. Erimerkkiset varaukset vetävät toisiaan puoleensa, samanmerkkiset varaukset hylkivät toisiaan.

SI-järjestelmässä vakio  $k$  kirjoitetaan tavallisesti muotoon  $1/4\pi\epsilon$ , missä  $\epsilon$  on väliaineen *permittiivisyys*. Coulombin laki saa muodon

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}. \quad (14-1)$$

Väliaineen permittiivisyys  $\epsilon$  ilmaistaan tyhjän permittiivisyyden  $\epsilon_0$  ja suhteellisen permittiivisyyden  $\epsilon_r$  tulona:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0. \quad (14-2)$$

Ilman suhteellinen permittiivisyys on riittävällä tarkkuudella 1. Tyhjän permittiivisyys

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \quad \text{ja silloin}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

Jos kaksi 1 C:n varausta on 1 metrin etäisyydellä toisistaan, varauksiin kohdistuu voima  $9 \cdot 10^9$  N! Coulombi on siis hyvin suuri yksikkö ja siitä syystä esiintyvät varaukset ovat  $\mu\text{C}$ :n ja  $\text{nC}$ :n luokkaa.



**Esimerkki 14.1.** Kolme pistemäistä varausta  $Q_1 = 5,0 \mu\text{C}$ ,  $Q_2 = -1,0 \mu\text{C}$  ja  $Q_3 = -3,0 \mu\text{C}$  sijaitsevat suorakulmaisen kolmion kärjissä, kuva 14-2. Kuinka suuren resultanttivoiman  $Q_1$  ja  $Q_2$  aiheuttavat varaukseen  $Q_3$ ?

Ratkaisu:

$Q_1$  aiheuttaa voiman

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|Q_1 Q_3|}{r_{31}^2}$$

$$= 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(5,0 \cdot 10^{-6} \text{C})(3,0 \cdot 10^{-6} \text{C})}{52 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}$$

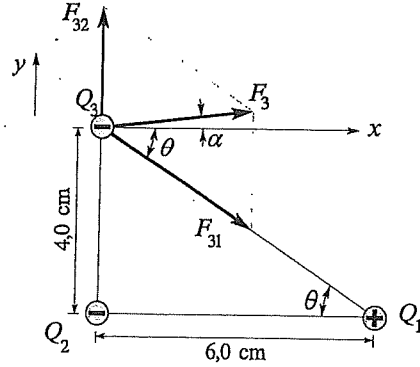
$$= 25,96 \text{ N.}$$

Varauksen  $Q_2$  aiheuttaman voiman suuruus on

$$F_{32} = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,0 \cdot 10^{-6} \text{C})(3,0 \cdot 10^{-6} \text{C})}{16 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}$$

$$= 16,87 \text{ N.}$$

Varaukseen  $Q_3$  kohdistuva voima on vektorisumma  $\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}$ , kuva 14-2.  $\vec{F}_3$  voidaan laskea esimerkiksi komponenttien avulla:



Kuva 14-2. Varaukseen  $Q_3$  kohdistuvat voimat.

$$F_{3x} = F_{31} \cos \theta = F_{31} \frac{6}{\sqrt{52}},$$

$$F_{3y} = F_{32} - F_{31} \sin \theta = F_{32} - F_{31} \frac{4}{\sqrt{52}}.$$

Tästä saadaan voiman  $F_3$  suuruudeksi

$$F_3 = \sqrt{(F_{3x})^2 + (F_{3y})^2} = 22 \text{ N, ja kulmalle } \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{3y}}{F_{3x}} \Rightarrow \alpha = 6,5^\circ.$$

**Esimerkki 14.2.** Kaksi samanlaista palloa riippuu 1,0 m pituisten lankojen päässä samasta pisteestä ripustettuina. Pallojen massat ovat 0,20 g ja niillä on yhtä suuret varaukset. Laske varauksen suuruus, kun pallojen välimatka on 24 cm.

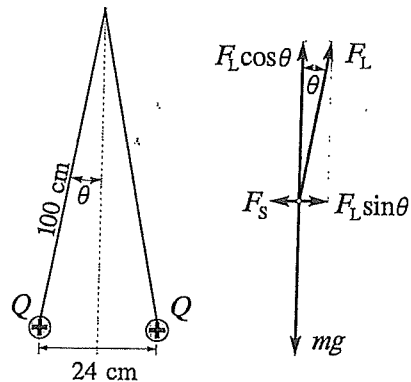
Ratkaisu:

Palloon vaikuttaa kolme voimaa: painovoima  $mg$ , sähköinen poistovoima  $F_s$  sekä lankaan jännittävän voiman suuruinen, langan suuntainen voima  $F_L$ . Tasapainoehdoista seuraa, kuva 14-3,

$$F_L \sin \theta - F_s = 0$$

$$F_L \cos \theta - mg = 0.$$

Siis  $F_s = mg \tan \theta$ .



Kuva 14-3. Esimerkkiin 14.2. liittyvä tilannekuva ja vapaakappalekuva.

Coulombin lain mukaan  $F_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^2}.$

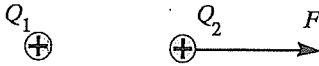
Näistä kahdesta  $F_s$ :n lausekkeesta saadaan

$$Q = (4\pi\epsilon_0 r^2 mg \tan \theta)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[ \frac{(24 \cdot 10^{-2})^2 (0,20 \cdot 10^{-3}) 9,82}{9,0 \cdot 10^9} \frac{12}{(100^2 - 12^2)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ C}$$

$$= \underline{39 \text{ nC.}}$$

### 14.3 Sähkökenttä

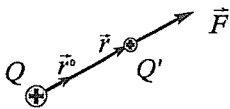


Kuva 14-4. Varaus  $Q_1$  aiheuttaa voiman varaukseen  $Q_2$ .

Kuvassa 14-4 positiivisen varauksen  $Q_1$  läheisyyteen tuodaan positiivinen varaus  $Q_2$ . Varaukseen  $Q_2$  kohdistuu voima. Voiman suuruus muuttuu, jos varausta siirretään eri etäisyydelle varauksesta  $Q_1$ . Samoin, jos varauksen  $Q_1$  lähelle tuodaan jokin muu varaus, kohdistuu siihenkin voima, jonka suuruus riippuu varauksesta  $Q_1$ . Sanotaan, että varaus  $Q_1$  luo ympärilleen *sähkökentän*. Jossakin pisteessä sanotaan olevan sähkökenttä, jos pisteessä olevaan varaukseen vaikuttaa sähköinen voima.

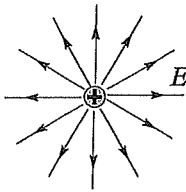
*Sähkökentän voimakkuus* tietyssä pisteessä on siinä pisteessä olevaan varaukseen  $Q$  kohdistuvan sähköisen voiman ja varauksen suhde

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad (14-3)$$



Sähkökentän voimakkuus on vektorisuure. Sen yksiköksi tulee N/C, joka on sama kuin V/m. Positiiviseen varaukseen vaikuttaa siis sähkökentän suuntainen voima ja negatiiviseen kentän suunnalle vastakkainen voima.

Sähkökenttää kuvataan *kenttäviivoilla*. Niiden suunta näyttää kentän suunnan ja tiheys on verrannollinen kentän voimakkuuteen. Kenttäviivat piirretään lähtemääni positiivisesta varauksesta pois päin ja kohti negatiivista varausta, kuva 14-5.



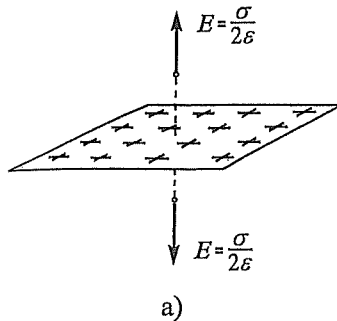
Kuva 14-5. Pistemäisen positiivisen varauksen kenttäviivoja.

**Pistevarauksen sähkökenttä.** Pistemäinen varaus  $Q$  kohdistaa toiseen pistemäiseen varaukseen  $Q'$  Coulombin lain mukaan voiman

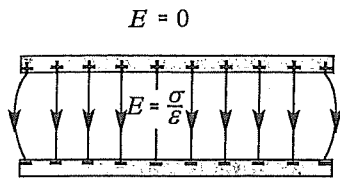
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^2} \vec{r}^0,$$

missä  $\vec{r}^0$  on  $\vec{r}$ :n suuntainen yksikkövektori, kuva 14-5. Pistemäisen varauksen  $Q$  luoma sähkökenttä etäisyydellä  $r$  on siten

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{r}^0. \quad (14-4)$$

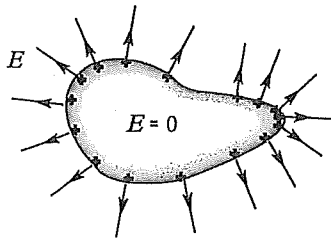


a)



b)

Kuva 14-6. a) Yhden tasovarauksen kenttä. b) Kahden yhdensuuntaisen tasolevyn sähkökenttä.



Kuva 14-7. Varattu johdekappale.

Positiivisen varauksen kenttä on siis varauksesta pois päin ja negatiivisen varauksen kenttä varaukseen päin.

Useiden pistevarausten kentän voimakkuus on yksittäisten varausten kentän voimakkuuksien vektorisumma.

**Tasovarauksen sähkökenttä.** Pinnalla  $A$  on tasaisesti jakautuneena varaus  $Q$ . Silloin pinnan varauskate  $\sigma = \frac{Q}{A}$ . Integraalilaskennan avulla voidaan osoittaa, että suurelle tasolle levinneen varauksen sähkökentän voimakkuus on

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

Tasovarauksen kentän suunta on kohtisuorassa tasoa vastaan ja riippumaton etäisyydestä.

Kaksi yhdensuuntaista erimerkkisillä varauksilla varattua tasoa aiheuttaa tasojen väliin sähkökentän

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (14-5)$$

Tasojen ulkopuolella  $E = 0$ . Tasojen väliin syntyy siis tasojen reuna-alueita lukuun ottamatta *tasainen* eli *homogeeninen* sähkökenttä, kuva 14-6.

**Varattu metallikappale.** Varatulla metallikappaleella on kolme tärkeätä ominaisuutta. 1. Johdekappaleessa vapaat varaukset kertyvät kappaleen pinnalle. 2. Johdekappaleen sisällä sähkökentän voimakkuus on nolla. Entä, jos sisällä olisikin sähkökenttä? 3. Kappaleen ulkopinnan läheisyydessä sähkökenttä on kohtisuorassa pintaa vastaan. Entä, jos näin ei olisi? Kuva 14-7.

Monissa tekniikan sovelluksissa sähkökentän avulla ohjataan varattuja hiukkasia haluttuun paikkaan. Näin tehdään mm. maalauksessa, pintakäsittelyssä, ilmanpuhdistimissa ja television kuvaputkissa. Myös kopiointikoneissa ja mustesuihku- ja lasertulostimissa hyödynnetään sähköstatiikkaa. Sähkösuodattimissa poistetaan joko luonnostaan varattuja hiukkasia tai laitteessa ionisoituja hiukkasia ilmasta tai savukaasuista. Sähkökenttä kohdistaa varattuihin hiukkasiin voiman, ne joutuvat siis kiihtyvään liikkeeseen. Esimerkiksi television ja oskilloskoopin kuvaputkissa sekä elektronihitsauksessa elektroneja kiihdytetään sähkökentän avulla, ks. esimerkki 14.8.

**Esimerkki 14.3.** Pistemäiset varaukset  $Q_1 = 5,0 \mu\text{C}$  ja  $Q_2 = -1,0 \mu\text{C}$  ovat  $6,0 \text{ cm}$ :n etäisyydellä toisistaan, kuva 14-8. a) Kuinka suuri on varausten aiheuttaman sähkökentän voimakkuus pisteessä P? b) Laske tähän pisteeseen tuotuun varaukseen  $Q_3 = -3,0 \mu\text{C}$  vaikuttava voima.

Ratkaisu:

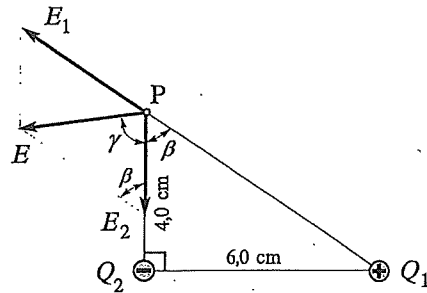
Varauksen  $Q_1$  aiheuttaman kentän voimakkuus

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \\ &= 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0,04 \text{ m})^2 + (0,06 \text{ m})^2} \\ &= 8,65 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}. \end{aligned}$$

Vastaavasti varauksen  $Q_2$  aiheuttama kentän voimakkuus

$$E_2 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-6}}{0,04^2} \frac{\text{N}}{\text{C}} = 5,63 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Sähkökentän voimakkuus pisteessä P on vektori  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Vektorin suuruus saadaan kolmiosta kosinilauseen avulla:



Kuva 14-8. Esimerkkiin 14.3. liittyvä kuva.

$$\begin{aligned} E &= (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos\beta)^{\frac{1}{2}} \\ E &= 7,2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}, \quad \gamma = 83^\circ. \end{aligned}$$

b) Varaukseen  $Q_3$  sähkökentässä  $\vec{E}$  kohdistuva voima

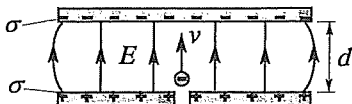
$$\begin{aligned} \vec{F} &= Q_3 \vec{E} = (-3,0 \cdot 10^6 \text{ C}) (7,25 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{u}_E \\ &= -(21,75 \text{ N}) \vec{u}_E, \end{aligned}$$

missä  $\vec{u}_E$  on  $\vec{E}$ :n suuntainen yksikkövektori. Voima on siis suuruudeltaan 22 N ja suunta vastakkainen sähkökenttävektorille.

**Esimerkki 14.4.** Elektronisuihku, jossa elektronien liike-energia on

$W_k = \frac{1}{2}mv^2 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ eV}$ , tulee kahden levyn välissä olevaan sähkökenttään toisessa levyssä olevasta reiästä, kuva 14-9. a) Kuinka suuri on sähkökentän voimakkuuden oltava, jotta elektronit eivät törmäisi toiseen levyyn? b) Kuinka suuri on silloin levyjen varauskate?

Ratkaisu:



Kuva 14-9. Elektronit jarruuntuvat sähkökentässä.

Sähkökenttä aiheuttaa elektroneihin voiman, joka on elektronien nopeuden suunnalle vastakkainen. Voiman suuruus on  $eE$ , missä  $e$  on elektronin varauksen itseisarvo ja  $E$  kentän voimakkuuden suuruus. Tämä voima vaikuttaa elektroneihin koko matkan  $d$ , joten kentän elektroneihin tekemä työ on  $-eEd$ . Elektronien nopeuden on oltava nolla juuri, kun ne saavuttavat toisen levyn. Elektronien koko kineettinen energia kuluu, kun ne kulkevat kentässä matkan  $d$ . Voiman tekemä työ on yhtä suuri kuin energian muutos, joten

$$-eEd = 0 - W_k.$$

Tästä saadaan kentän voimakkuudeksi

$$E = \frac{W_k}{ed} = \frac{(1,0 \cdot 10^3)(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(0,01 \text{ m})}$$

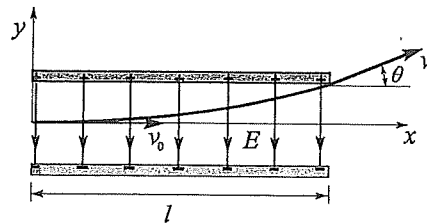
$$= 1,0 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

b) Lausekkeen (14-5) mukaan varauskate

$$\sigma = E\epsilon_0 = (1,0 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}})(8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2})$$

$$= 8,9 \cdot 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

**Esimerkki 14.5.** Elektroni tulee kahden levyn välissä olevaan tasaiseen sähkökenttään levyjen suuntaisella nopeudella  $20 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , kuva 14-10. Sähkökentän voimakkuus on  $3,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$  ja leveys  $l = 6,0 \text{ cm}$ . a) Kuinka pitkän matkan  $y$  elektroni on poikennut tulosuuntaa vastaan kohtisuorassa suunnassa tultuaan ulos kentästä? b) Kuinka suuren kulman elektronin nopeus silloin muodostaa alkuperäisen nopeuden suunnan kanssa?



Kuva 14-10. Elektronien kulkusuunta muuttuu sähkökentässä.

Ratkaisu:

Elektronin liikuessa sähkökentässä siihen kohdistuu vain  $y$ -suuntainen sähköinen voima  $F = eE$ ,  $x$ -suunnassa voimaa ei ole. Elektronin asema ajanhetkenä  $t$  kuvan koordinaatistossa on

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

Kun yhtälöistä eliminoidaan  $t$ , saa ratakäyrän yhtälö muodon

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2$$

Elektronit kulkevat kentässä paraabelirataa.

a) Kun  $x = l$ , on poikkeama

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2} l^2$$

$$y = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(3,0 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}})(6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(2,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}$$

$$= 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{2,4 \text{ mm}}$$

b) Nopeuden suunta on sama kuin radan tangentin suunta, joka saadaan derivoimalla radan yhtälö.

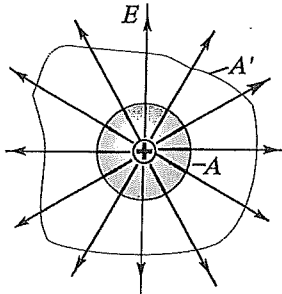
$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \frac{eEx}{mv_0^2}$$

Kun  $x = l$ ,

$$\tan \theta = \frac{eEl}{mv_0^2} \Rightarrow \theta = \underline{4,5^\circ}$$

Nopeuden suunnan saa myös laskemalla nopeuden komponentit.

## 14.3.1 Gaussin laki



Kuva 14-11. Varausta  $Q$  ympäröivä sähkökenttä ja pinnat  $A$  ja  $A'$ , jotka sulkevat varauksen sisäänsä.

## Sähkövuo

Usein varauksen muodostama sähkökenttä on jollakin tavalla symmetrinen. Esimerkiksi pistemäisen, viivamaisen ja tasolla olevan varauksen luomat sähkökentät ovat symmetrisiä. Näissä tapauksissa sähkökentän laskemista helpottaa suuresti ns. Gaussin laki.

Kuvitellaan, että varaus  $Q$  ympäröidään pinnalla, joka sulkee varauksen sisäänsä. Tutkitaan sitten sähkökenttää eri puolilla tätä pintaa. Siihen voidaan piirtää kenttäviivoja kuvan 14-11 mukaisesti. Sanotaan, että varauksesta lähtevä sähkövuo  $\Psi$  on sama kuin kenttäviivojen joukko. Kuvassa 14-11 on asetettu kuvitteellinen pinta, jonka ala on  $A$ , sähkökenttään kohtisuorasti kenttäviivoja vastaan. Sähkövuon tiheys  $D$  määritellään sähkövuon  $\Psi$  ja alan  $A$  osamääränä

$$D = \frac{\Psi}{A}. \quad (14-6)$$

Toisaalta sähkövuon tiheydellä ja kentän voimakkuudella on yhteys

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}.$$

Kenttäviivat kuvaavat sähkövuota. Mitä tiheämmässä niitä on, sitä suurempi on vuon tiheys. Jos kuvitteellinen pinta ei ole kohtisuorassa kenttäviivoja vastaan, tasopinnan läpi menevä vuo on

$$\Psi = \epsilon EA \cos \alpha, \quad (14-7)$$

missä kulma  $\alpha$  on pinnan normaalin ja sähkökentän välinen kulma. Yleisesti vuo voidaan kirjoittaa pinta-alavektorin ja sähkökentän voimakkuuden pistetulona  $\Psi = \epsilon \vec{E} \cdot \vec{A}$ . Jos sähkökenttä ei ole vakio joka kohdassa pintaa, kokonaisvuo saadaan integroimalla

$$\Psi = \int_A \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A}. \quad (14-8)$$

Pistemäisen varauksen sähkökentän voimakkuus etäisyydellä  $R$  varauksesta on

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{R^2}.$$

Pallomaisella pinnalla kentän voimakkuusvektori on joka kohdassa kohtisuorassa pintaa vastaan. Kokonaisvuo pallopinnan läpi on

$$\Psi = \epsilon EA = \frac{\epsilon}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{R^2} 4\pi R^2 = Q.$$

Havaitaan, että vuo on riippumaton pallopinnan säteestä. Kuvitellaan nyt, että varaus ympäröidään mielivaltaisen muotoisella

pinnalla, kuva 14-11. Vuo tämän pinnan läpi on sama kuin pallopinnan läpi. *Vuo on siis riippumaton varauksen ympärille piirretyn suljetun pinnan muodosta.* Yleisesti tulos kirjoitetaan muotoon:

### Gaussin laki

Sähkövuo *suljetun* pinnan läpi on yhtä suuri kuin pinnan *sisällä* olevien sähkövarausten summa eli

$$\Psi = \int_A \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q. \quad (14-9)$$

$Q$  on pinnan  $A$  sisällä oleva kokonaisvaraus.

Jos suljetun pinnan sisällä ei ole varausta, kokonaisvuo pinnan läpi on nolla. Kenttäviivoja tulee ja menee pinnan läpi yhtä paljon.

Lain avulla voidaan osoittaa mm. seuraavat sähkökenttien yhteydessä usein esiintyvät tosiasiat:

1. Tasaisesti varatun pallokuoren sähkökenttä etäisyydellä  $R$  pallon keskipisteestä pallon ulkopuolella on

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{R^2}, \quad (14-10)$$

missä  $Q$  on pallon varaus. Pallon sisällä  $E = 0$ . Miksi?

2. Suurelle tasolle tasaisesti jakautuneen varauksen kenttä on

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}, \quad (14-11)$$

missä  $\sigma$  on varauskate.

3. Johdekappaleen varaus on kappaleen pinnalla.

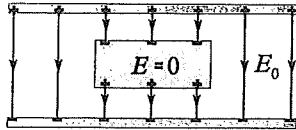
4. Sähkökenttä varatun johdekappaleen pinnan välittömässä läheisyydessä (ulkopuolella) on

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}, \quad (14-12)$$

kun  $\sigma$  on varauskate kyseisessä kohdassa ja  $\epsilon$  on ympäröivän väliaineen permittiivisyys.

Jos sähkökenttä tunnetaan, Gaussin lain avulla voidaan erikoistapauksissa laskea kentän aiheuttavan varauksen suuruus. Toisaalta, jos varaus on tiedossa, Gaussin lain avulla saadaan sähkökentän voimakkuus tapauksissa, joissa voidaan käyttää hyväksi symmetriaa, ks. esimerkki 14.6 ja harjoitustehtävät.

## 14.3.2 Sähkökenttä ja aine



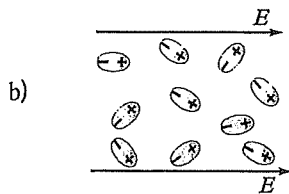
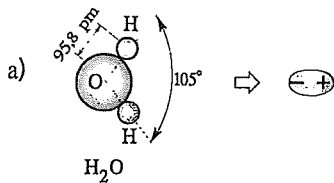
Kuva 14-12. Johdekappale sähkökentässä.

## 1) Johde sähkökentässä

Kun sähköisesti neutraali johdekappale tuodaan varattun kappaleen läheisyyteen, siirtyy johdekappaleessa vastakkaismerkkisiä varauksia kohti varattua kappaletta, kuva 14-12. Tätä varausten erottumista sanotaan *influenssi-ilmiöksi*. Seurauksena on, että tapahtuu varausten siirtymistä, kunnes sähkökenttä johteen sisällä on tullut nolllaksi.

Periaatetta käytetään hyväksi suojaattaessa herkkiä sähkölaitteita ulkopuolisilta sähkökentiltä, joita aiheuttavat esimerkiksi radiolähteykset. Suojan ei tarvitse olla umpinainen, joskus verkkomaisenkin rakenne riittää. Esimerkkejä tällaisista *Faradayn häikeistä* ovat koaksiaalikaapeli, elektroniikkalaitteiden kuoret ja vaikkapa auto.

## 2) Eriste sähkökentässä

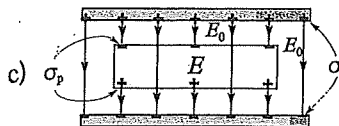


Eristeissä atomit ja molekyylit ovat normaalisti sähköisesti neutraaleja ja niiden elektronit ovat tiukasti sitoutuneet. Sähkökenttään joutuessaan eristeen elektronit voivat kuitenkin siirtyä hieman ja molekyylin toinen pää tulee negatiivisemmaksi kuin toinen. Molekyylistä tulee ns. *dipoli*. Eräät molekyylit ovat luonnostaan dipoleja, esimerkiksi vesimolekyyli, kuva 14-13a. Sähkökenttä kääntää dipoleja kentän suuntaisiksi. Ilmiötä sanotaan *polarisoitumiseksi*, kuva 14-13b. Polarisoitumisesta johtuu, että sähkökentässä olevan eristeen pinnalla on sähkövarauksia,  $\sigma_p$  kuvassa 14-13c. Kun eristekappale on tasaisessa sähkökentässä, sähkökentän voimakkuus eristeen sisällä on kuvan merkinnöin

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

Toisaalta kentän voimakkuus on eristeen pinnalla olevan varauskateen avulla ilmaistuna

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0}$$



Kuva 14-13. Eriste sähkökentässä. Sähkökenttä saa aikaan polaroitumisen.

Näistä yhdistämällä saadaan polarisaatiovarauksen varauskateelle lauseke

$$\sigma_p = \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \sigma$$

Yhtälöstä nähdään, että mitä suurempi on aineen suhteellinen permittiivisyys  $\epsilon_r$  sitä pienempi on varauskateiden ero, ja sitä pienemmäksi tulee sähkökentän voimakkuus.



Taulukossa 14.1 on eräiden aineiden suhteellisia permittiivisyyksiä ja sähkölujuuden  $E_{\text{maks}}$  arvoja. Sähkölujuudella tarkoitetaan suurinta sähkökentän voimakkuuden arvoa, jonka aine kestänee sähköisesti. Jos tämä kentän voimakkuus ylittyy, molekyyleistä ja atomeista irtoaa elektroneja, aine ionisoituu. Silloin aine muuttuu johtavaksi ja tapahtuu jopa valokaarena näkyvä sähköpurkaus.

**Taulukko 14.1.** Eräiden aineiden suhteellisia permittiivisyyksiä ja sähkölujuuksia.

Aine	$\epsilon_r$	$E_{\text{maks}}/\text{Vm}^{-1}$
ilma	1,0006	$3 \cdot 10^6$
kvartsi	3,8	$8 \cdot 10^6$
lasi (pyrex)	5,6	$15 \cdot 10^6$
parafoitu paperi	2	$40 \cdot 10^6$
kiille	5	$200 \cdot 10^6$

#### Pietsosähköinen ilmiö

Eräissä kiteissä saadaan sähköinen polarisaatio aikaan myös mekaanisella jännityksellä, esimerkiksi puristamalla kidettä. Polarisaatiosta on seurauksena varauksia kappaleen pinoilla. Ilmiötä käytetään hyväksi mm. muutettaessa mekaanisia värähdyksiä sähköisiksi värähdyksiksi esimerkiksi levysoittimen neulassa sekä paine- ja jännitysmittauksissa. Tärkeimmät pietsosähköiset kiteet ovat kvartsi, seignettisuola ja bariumtitanaatti. Käänteinen pietsosähköinen ilmiö syntyy, kun edellä mainittu kide pannaan sähkökenttään. Kenttä aiheuttaa kiteessä muodonmuutoksia. Tätä käytetään hyväksi mm. ultraäänilähteissä.

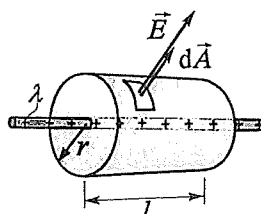
**Esimerkki 14.6.** Laske Gaussin lakia käyttäen pitkällä suoralla langalla olevan tasaisen varauksen sähkökenttä etäisyydellä  $r$  langan akselista. Langan pituusvaraus eli varaus pituusyksikköä kohti on  $\lambda$ .

Ratkaisu:

Symmetrian perusteella voidaan päätellä, että kenttäviivat ovat langaa vastaan kohtisuorassa. Valitaan Gaussin pinnaksi sylinteri, jonka akseli yhtyy lankaan, kuva 14-14. Sylinterin pituudeksi valitaan  $l$ . Sähkövuo sylinterin pohjan ja kannen läpi on  $= 0$ , koska niiden läpi ei kulje kenttäviivoja,  $\alpha = 90^\circ$ .

Sylinterin vaipalla kentänvoimakkuus  $E$  on vakio. Vaipan normaalin ja kentän välinen kulma  $= 0$ , joten  $\cos \alpha = 1$  kaikkialla vaipan alueella.

Sähkövuo sylinterin vaipan läpi on



**Kuva 14-14.** Varattu lanka ja Gaussin pinta.

$$\begin{aligned}\Psi &= \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_A \varepsilon E(\cos\alpha) dA \\ &= \varepsilon E \int_A dA = \varepsilon E(2\pi r l).\end{aligned}$$

Tämä on myös sähkövuo koko sylinterin pinnan läpi.

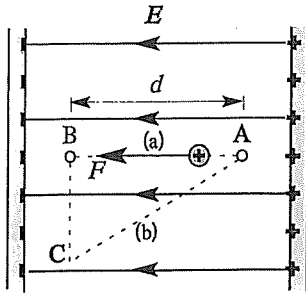
Sylinterin pinnan sisällä on varaus  $\lambda l$ . Gaussin lain mukaan tämä on yhtä suuri kuin pinnan

läpi kulkeva sähkövuo:  $\varepsilon E(2\pi r l) = \lambda l$ . Tästä saadaan kentän voimakkuudelle  $E$  lauseke

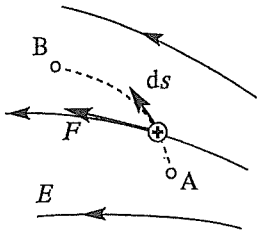
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}.$$

Kentän voimakkuus pitkän suoran langan läheisyydessä heikkenee kääntäen verrannollisena etäisyyteen.

## 14.4 Potentiaali



Kuva 14-15. Sähkökenttä tekee työn  $W_{AB}$ .



Kuva 14-16. Varauksen liike epähomogeenisessa kentässä.

Kuvassa 14-15 kahden varatun metallilevyn välissä sähkökentän  $E$  suunta on oikealta vasemmalle. Kenttä aiheuttaa positiiviseen varaukseen  $Q$  vasemmalle suuntautuvan voiman  $F = QE$ . Kun varaus siirtyy pisteestä A pisteeseen B, kenttä tekee työn

$$W_{AB} = Fd = QEd. \quad (14-13)$$

Kuvan 14-15 mukaisessa tapahtumassa sähkökentän työ näkyy varauksen liike-energian kasvuna, jos varaus pääsee vapaasti liikkumaan. Esimerkiksi tv-putkessa ja oskilloskoopissa elektronit kiihdytetään sähkökentän avulla.

Työ (14-13) on tiestä riippumaton. Esimerkiksi tietä (b) ( $A \rightarrow C \rightarrow B$ ) pitkin työlle saadaan sama arvo (totea!). Suljetulla kierroksella  $A \rightarrow B \rightarrow A$  mitä tietä pitkin hyvänsä sähkökentän tekemä työ on nolla. Painovoiman tapaan sähköstaattinen voima on konservatiivinen voima.

Koska työ riippuu vain varauksen liikkeen alku- ja loppupisteistä, voidaan ottaa käyttöön käsite *potentiaali*. Pisteiden A ja B välinen *potentiaaliero* eli *jännite*  $U_{AB}$  määritellään työn  $W_{AB}$  avulla.

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{Q}. \quad (14-14)$$

$V_A$  ja  $V_B$  ovat pisteiden A ja B *potentiaalit*. Potentiaali on kentässä olevan varauksen potentiaalienergia varausyksikköä kohti.

Kuvan 14-15 pisteiden A ja B väliseksi jännitteeksi tulee

$$U_{AB} = Ed.$$

Yleisessä tapauksessa kuten kuvassa 14-16 työ  $W_{AB}$  on laskettava integraalilaskun avulla ja

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{Q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (14-15)$$

**Potentiaali**

$$[V] = \text{V}$$

**Potentiaaliero = Jännite**

Potentiaali on skalaarisuure ja sen yksikkö on voltti  $V = J/C$ .

Jännite on hyvä suure energiatarkasteluissa. Se on usein mitattavissa tai laskettavissa, sen jälkeen voidaan helposti laskea sähkökentän tekemä työ varauksen siirtyessä tai varauksen siirtämiseksi tarvittava työ. Määritelmän (14-14) mukaan  $W_{AB} = U_{AB}Q$ .

Jos tunnetaan potentiaalit kentän pisteissä, sähkökentän voimakkuuden komponentit voidaan laskea derivoimalla:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Sama voidaan merkitä lyhyesti gradientin avulla:

$$\vec{E} = -\text{grad}V = -\nabla V,$$

eli kentän voimakkuus on potentiaalin negatiivinen gradientti. Kentän voimakkuus on suurin siellä, missä potentiaali muuttuu jyrkimmin eli missä potentiaalin derivaatta on suurin. Positiivinen varaus pyrkii pienempää potentiaalia kohti ja negatiivinen varaus kohti suurempaa potentiaalia.

**Homogeeninen sähkökenttä.** Kaavasta (14-13) saadaan potentiaalieron ja sähkökentän voimakkuuden välille homogeenisessa sähkökentässä yhteys

$$U = Ed. \quad (14-16)$$

**Pistemäisen varauksen kenttä.** Kuvassa 14-17 pistemäisen varauksen  $Q$  kentässä olevaan varaukseen  $Q'$  kohdistuu Coulombin lain mukaan voima

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{QQ'}{r^2}.$$

Kun varaus siirretään pisteestä A pisteeseen B, sähköinen voima  $F$  tekee työn

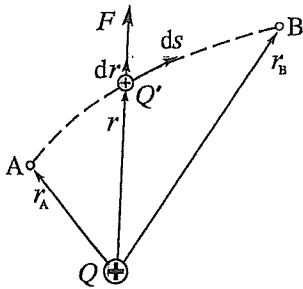
$$W_{AB} = \int_A^B F dr = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{QQ'}{r^2} dr = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right).$$

Tällöin pisteiden A ja B välinen potentiaaliero on

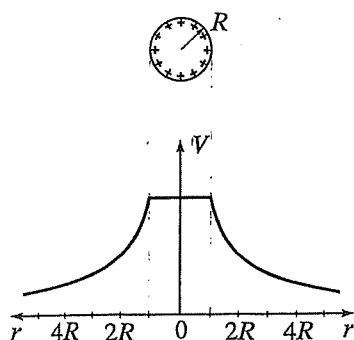
$$U_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right). \quad (14-17)$$

Äärettömän kaukana olevan pisteen potentiaali valitaan nolllaksi. Silloin varauksesta etäisyydellä  $r$  olevan pisteen potentiaali on

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}. \quad (14-18)$$



Kuva 14-17. Potentiaalilaskemisen pistemäisen varauksen läheisyydessä.



Kuva 14-18. Varatun metallipallon potentiaali.

Potentiaali  $V$  on skalaari ja varaus  $Q$  on sijoitettava etumerkkeineen. Usean pistevarauksen aiheuttaman kentän potentiaali on potentiaalien skalaarisumma.

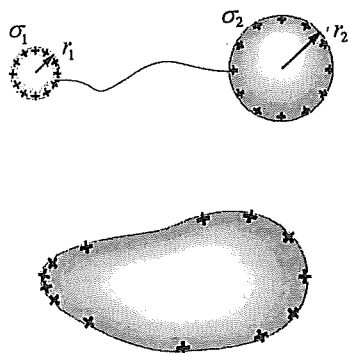
Kuvassa 14-18 on potentiaali varatun metallipallon läheisyydessä. Pallon sisällä sähkökenttä on nolla, mutta potentiaali on kaikkialla pallon sisällä sama kuin pallon kuorella. Miksi? Ulkopuolella potentiaali on kaavan (14-18) mukainen.

Kuvassa 14-19 on kaksi varattua johdepalloa yhdistetty ohuella johtimella. Pallot ja johdin muodostavat silloin yhtenäisen johdekappaleen, jossa potentiaali on vakio  $V$ . Sähkökentän voimakkuudet pallojen pinnan läheisyydessä ovat

$$E_1 = \frac{V}{r_1} \quad \text{ja} \quad E_2 = \frac{V}{r_2}.$$

Kentän voimakkuuksien suhde on

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

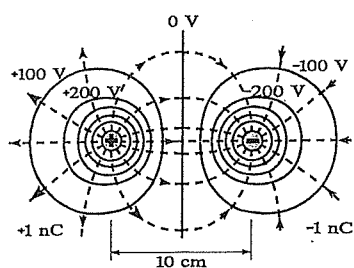


Kuva 14-19. Suurin kentänvoimakkuus on siellä, missä kaarevuussäde on pienin.

eli missä pienin kaarevuussäde, siellä suurin kentänvoimakkuus. Tulosta voidaan soveltaa myös muihin varattuihin kappaleisiin. Ympäröivän aineen *sähkölujuuden* arvo saavutetaan ensiksi kärkien kohdalla. Silloin syntyy sähköpurkaus. Kuivassa ilmassa läpilyönti tapahtuu, jos kentän voimakkuus ylittää arvon 3 MV/m. Toisaalta kärjet, joista halutaan irrottaa elektroneja, tehdään teräviksi. Niitä on esimerkiksi paperikoneissa staattisen sähkön poistamiseksi ja television kuvaputkessa ns. elektronitykissä.

### Tasapotentiaalipinnat

Sähkökenttä voidaan kartoittaa myös pinnoilla, joilla potentiaali on vakio, eli ns. tasapotentiaalipinnoilla eli ekvipotentiaalipinnoilla, kuva 14-20. *Kenttäviivat ovat aina kohtisuorassa näitä pintoja vastaan.* Kentän voimakkaimmassa osassa pintoja on tiheimmässä, heikoimmassa osassa harvimmassa. Jos kahden pinnan kohtisuora etäisyys toisistaan on  $\Delta s$  ja niiden välinen jännite  $U$ , on keskimääräinen kentän voimakkuus tällä välillä  $E = U/\Delta s$ . Kentän suunta näyttää alenevan potentiaalın suunnan. Kun  $\vec{E}$  on vakio, pinnat ovat tasavälisiä tasoja edellyttäen, että niitä on piirretty vakio-jännitevälein.



Kuva 14-20. Kahden pistemäisen varauksen kentän tasapotentiaaliviivoja.

**Esimerkki 14.7.** Kahden vaakasuoran, yhdensuuntaisen levyn väli on 2,0 cm ja niiden välinen jännite 120 V ylemmän levyn potentiaalin ollessa korkeampi. Levyt ovat tyhjöissä.

- a) Laske levyjen välisen sähkökentän voimakkuuden suuruus ja suunta.  
 b) Laske kentässä olevaan elektroniin vaikuttavan sähköisen ja gravitaatiovoiman suhde.  
 c) Kuinka suuri on elektronin kiihtyvyys?

Ratkaisu:

- a) Levyjen välissä olevan homogeenisen sähkökentän voimakkuus

$$E = \frac{U}{d} = \frac{120 \text{ V}}{0,020 \text{ m}} = 6,0 \cdot 10^3 \text{ V/m, suunta alaspäin.}$$

- b) Sähköisen ja gravitaatiovoiman suhde

$$\left| \frac{eE}{mg} \right| = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 6,0 \cdot 10^3 \text{ Vm}^{-1}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ ms}^{-2}} = 1,1 \cdot 10^{14}.$$

- c) Elektronin saama kiihtyvyys

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 6,0 \cdot 10^3 \text{ Vm}^{-1}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2, \text{ suunta ylöspäin.}$$

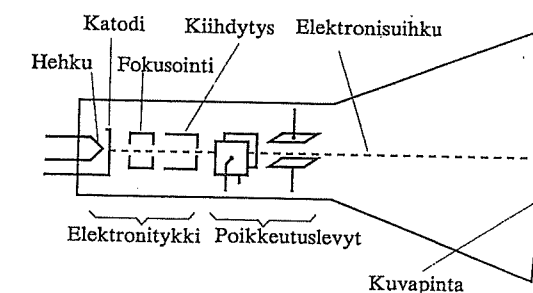
**Esimerkki 14.8.** Oskilloskoopissa ja television kuvaputkessa elektroneja kiihdytetään sähkökentän avulla, kuva 14-21. Kuinka suuren nopeuden elektronit saavat, kun kiihdytysjännite on 2,0 kV?

Ratkaisu:

Siirtäessään elektroneja potentiaalieron  $U$  yli sähkökenttä tekee työn  $Ue$ . Tämä työ kuluu elektronien liike-energian kasvattamiseen. Kun elektronit lähtevät levosta, voidaan kirjoittaa

$$Ue = \frac{1}{2} m_e v^2. \text{ (Schusterin kaava)}$$

Tästä ratkaistaan nopeus



Kuva 14-21. Katodisädeputki.

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2000 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 26 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Esimerkki 14.9.** Varaus +24 nC on  $xy$ -tason origossa ja varaus -30 nC pisteessä (4 cm, 0), kuva 14-22. a) Laske varausten aiheuttaman sähkökentän potentiaali pisteissä A (0, 3 cm) ja B (6 cm, 0). b) Kuinka suuren työn sähkökenttä tekee, kun elektroni siirtyy pisteestä A pisteeseen B?

Ratkaisu:

- a) Pisteen potentiaali on yhtä suuri kuin yksityisten varausten aiheuttamien potentiaalien summa. Silloin

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_{1A}} + \frac{Q_2}{r_{2A}} \right)$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left( \frac{24}{3} + \frac{-30}{5} \right) \frac{10^{-9}}{10^{-2}} \frac{\text{C}}{\text{m}}$$

$$= \underline{1,8 \text{ kV}}.$$

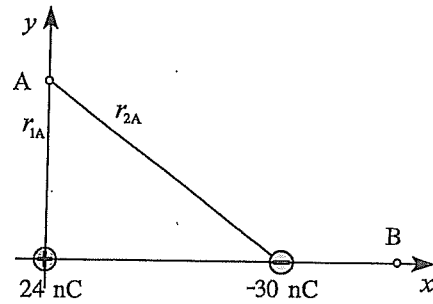
$$V_B = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \left( \frac{24}{6} + \frac{-30}{2} \right) \frac{10^{-9}}{10^{-2}} \frac{\text{C}}{\text{m}}$$

$$= \underline{-9,9 \text{ kV}}.$$

b) Työ saadaan potentiaalieron määritelmän perusteella.

$$W_{AB} = Q(V_A - V_B) = (-e)(11,7 \text{ kV})$$

$$= \underline{-12 \text{ keV}}.$$



Kuva 14-22. Esimerkkiin 14.9. liittyvä kuva.

Kun sähkökentän tekemä työ on negatiivinen, tarvitaan ulkopuolinen voima siirtämään varaus. Se tekee työn +12 keV.

**Esimerkki 14.10.** Johdepallon säde on 12 cm ja sillä on 4,0 nC:n suuruisen varaus, kuva 14-23. Etsi se pinta, jolla on vakio potentiaali a) 100 V, b) 200 V, c) 300 V ja d) 400 V.

Ratkaisu:

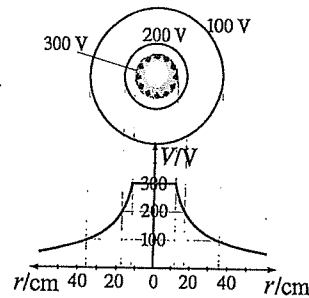
Pallon pinnalla olevan tasaisen varauksen sähkökenttä on pallon ulkopuolella samanlainen kuin jos varaus olisi pallon keskipisteessä. Tasapotentialipinnat ovat palloja, joiden säde saadaan pistemäisen varauksen potentiaalilausekkeesta

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Ratkaistaan tästä säteet  $r$  ja sijoitetaan lähtötiedot.

a)

$$r_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 V} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{100 \frac{\text{Nm}}{\text{C}}} = \underline{36 \text{ cm}}.$$



Kuva 14-23. Potentiaali johdepallon läheisyydessä.

$$b) r_b = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{200} \text{ m} = \underline{18 \text{ cm}}.$$

$$c) r_c = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{300} \text{ m} = \underline{12 \text{ cm}} \text{ (pallon pinta).}$$

d) 400 V:n pintaa ei ole, koska potentiaali on pallon sisällä vakio, jonka arvo on sama kuin pallon pinnalla eli 300 V.

## Kysymyksiä

14.1. Selitä sähköstaatiikan termejä käyttäen, miksi joskus saat sähköiskun koskettaessasi oven kahvaa. Mistä seikoista sähköiskun voimakkuus riippuu?

14.2. Mitä tapahtuu sähköisessä läpilyönissä? Mitkä seikat vaikuttavat sen todennäköisyyteen?

14.3. Luettele hyviä johteita ja hyviä eristeitä. Kuinka ne johtavat lämpöä? Vertaile ja selitä!

14.4. Piirrä varausten  $+Q$  ja  $+3Q$  toisiinsa kohdistamat voimat. Samoin varauksille  $-Q$  ja  $+3Q$ .

14.5. Sauvan toisessa päässä on varaus  $+Q$  ja toisessa päässä varaus  $-Q$ . Kuinka sauva käyttäytyy homogeenisessa sähkökentässä, jonka suunta on a) sauvan suuntainen, b) kohtisuorassa sitä vastaan?

14.6. Maan pinnan läheisyydessä sähkökentän voimakkuus on noin 100 V/m. Kuinka tämän voi sietää?

14.7. Pitääkö molempien kappaleiden olla varattuja, jos kaksi kappaletta vetää toisiaan puoleensa sähköisesti?

14.8. Miksi eriste kuumenee voimakkaasti, kun sitä pidetään sähkökentässä, joka muuttaa suuntaansa nopeasti? Tätä kuumennusta sanotaan dielektriseksi kuumennukseksi ja sitä käyttäen eriste voidaan kuumentaa tasaisesti korkeaan lämpötilaan polttamatta pintaa.

14.9. Miksi varauksen saanut kampa vetää varauksettomia paperin palasia puoleensa? Miksi ei esiinny hylkivää voimaa?

14.10. Tarkastele sähkökentän ja painovoimakentän välisiä yhtäläisyyksiä ja eroja.

## Tehtäviä

14.1. Bohrin atomimallin mukaan vetyatomissa elektroni kiertää protonia ympyräradalla, jonka säde on  $5,3 \cdot 10^{-11}$  m. Protonin varaus on  $+e$  ja elektronin  $-e$ . a) Kuinka suuri voima vaikuttaa protoniin ja elektroniin? b) Kuinka suuri on elektronin ratanopeus?

14.2. Viisi varausta  $+2,0 \mu\text{C}$ ,  $q_2$ ,  $+1,0 \mu\text{C}$ ,  $q_4$  ja  $+2,0 \mu\text{C}$  sijaitsevat tässä järjestyksessä samalla suoralla 0,10 m välein. Minkä merkkisiä ja kuinka suurina varausten  $q_2$  ja  $q_4$  on oltava, jotta kolmeen keskimmäiseen varaukseen vaikuttava resultanttivoima olisi nolla?

14.3. Kolme positiivista varausta  $Q$  sijaitsevat tasasivuisen kolmion kärkipisteissä. Piirrä kuva

ja merkitse kolmion sisään piste, johon tuotavaan varaukseen  $q$  vaikuttava resultanttivoima on nolla. Kumpi merkki  $q$ :lla on oltava?

14.4. Kahdella samanlaisella pienellä johtavalla pallolla on varaukset  $+42 \text{ nC}$  ja  $-120 \text{ nC}$  ja ne ovat 0,10 m päässä toisistaan. a) Kuinka suurella voimalla pallot vaikuttavat toisiinsa? b) Pallot koskettavat toisiinsa, ja ne viedään jälleen 0,10 m päähän toisistaan. Kuinka suuri on nyt niiden toisiinsa vaikuttama voima?

14.5. Varaus  $+4,0 \mu\text{C}$  on  $xy$ -tason pisteessä  $(3,0 \text{ cm}, 0)$  ja varaus  $-6,0 \mu\text{C}$  pisteessä  $(-4,0 \text{ cm}, 0)$ . Kolmas varaus  $Q$  sijoitetaan pisteeseen  $(0, 3,0 \text{ cm})$ . a) Määritä  $Q$ :n suuruus ehdolla,

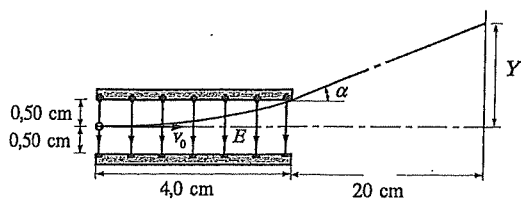
että  $-6,0 \mu\text{C}$  varaukseen vaikuttavan resultanttivoiman  $x$ -komponentti on nolla. b) Kuinka suuri on silloin tämän voiman  $y$ -komponentti?

14.6. Pienen metallipallon massa on  $1,0 \text{ g}$ . Kuinka monta elektronia siihen on lisättävä, jotta se pysyisi paikallaan pystysuorassa sähkökentässä, jonka voimakkuus on  $5,60 \text{ kN/C}$ ?

14.7. Varaus  $q_1 = -2,0 \text{ nC}$  on  $x$ -akselilla pisteessä  $(-0,50 \text{ m}, 0)$  ja varaus  $q_2 = +4,0 \text{ nC}$  samoin  $x$ -akselilla pisteessä  $(0,50 \text{ m}, 0)$ . Missä  $y$ -akselin pisteessä näiden varausten aiheuttaman sähkökentän a) voimakkuudella  $E$ , b) voimakkuuden  $y$ -komponentilla  $E_y$ , on maksimiarvo?

14.8. Erään oskilloskoopin poikkeutuslevyjen välissä olevan sähkökentän voimakkuus on  $3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ . Kuinka suuren kiihtyvyyden tämä kenttä aiheuttaa elektroneille? Ilmoita tulos painovoiman kiihtyvyyden  $g$  avulla.

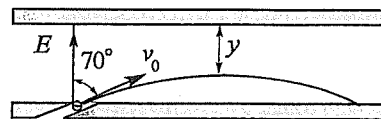
14.9. Oskilloskoopin poikkeutuslevyinä on kaksi yhdensuuntaista levyä, joiden väli on  $1,0 \text{ cm}$ . Elektronisuihku tulee niiden välissä olevaan tasaiseen sähkökenttään nopeudella  $2,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  (kuva 14-30). a) Mikä on suurin  $E$ :n arvo, jolla elektronit pääsevät kentän läpi törmäämättä levyihin? b) Mikä on nopeuden suunta elektronien tullessa ulos kentästä? Kentän katsotaan loppuvan jyrkästi levyjen reunojen kohdalla. c) Määritä elektronien osumakohta ( $Y$ ) kuvapinnalla, joka on  $20 \text{ cm}$  päässä levyjen kuvapintaa lähinnä olevasta reunasta.



Kuva 14-30. Tehtävä 14.9.

14.10. Kuvassa 14-31 levyjen väli on  $1,0 \text{ cm}$  ja kentän voimakkuus  $2,4 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ . Elektroni saapuu nopeudella  $v_0 = 2,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  kenttään  $70^\circ$

kulmassa kenttään nähden. Kuinka lähellä toista levyä elektroni käy?

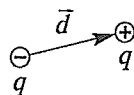


Kuva 14-31. Tehtävä 14.10.

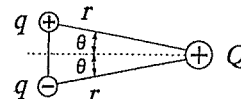
14.11. Millikanin laitteistossa havaitaan mikroskoopin avulla pienen öljypisaran putoavan ilmassa  $1,00 \text{ mm}$  ajassa  $27,4 \text{ s}$  (rajanopeus, katso viskositeetti). Sama pisara saadaan pysymään paikallaan pystysuoran sähkökentän avulla, kun kentän voimakkuus on  $2,37 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ . Kuinka suuri on pisaran varaus? Ilmoita varaus alkeisvarauksen  $e$  monikertana. Ilman viskositeetti on  $1,80 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ , öljypisaran tiheys  $0,800 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  ja ilman tiheys koeolosuhteissa  $1,30 \text{ kg/m}^3$ .

14.12. Elektroni ja protoni kumpikin kiihdytetään levosta sähkökentällä, jonka voimakkuus on  $5,0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ . Kuinka pitkän matkan ja ajan kuluttua niillä on liike-energia  $5,0 \cdot 10^2 \text{ eV}$  ( $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ )?

14.13. Sähköinen dipoli muodostuu kahdesta yhtä suuresta, erimerkkisestä varauksesta  $q$  matkan  $d$  päässä toisistaan (kuva 14-32). (Esim. atomi tai molekyyli, jonka positiivisten ja negatiivisten varausten keskipisteet eivät yhdy.) Dipolimomentti on  $\vec{p} = q\vec{d}$ . Kuinka suuren vääntömomentin sähkökenttä  $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$  aiheuttaa dipoliin, jonka dipolimomentti on  $2,0 \cdot 10^{-9} \text{ Cm}$  ja joka muodostaa kentän kanssa  $20^\circ$  kulman?



Kuva 14-32. Tehtävä 14.13.



Kuva 14-33. Tehtävä 14.14.

14.14. Millainen voima ja millainen momentti vaikuttaa kuvan 14-33 dipoliin pistemäisen varauksen  $Q$  kentässä?



## Tehtävien tulokset

## Luku 14

1. a)  $82 \cdot 10^{-9}$  N  
b)  $2,2 \cdot 10^6$  m/s
2. 3,1  $\mu\text{C}$  tai 0
4. a)  $4,5 \cdot 10^{-3}$  N  
b)  $1,4 \cdot 10^{-3}$  N
5. a)  $-2,6 \mu\text{C}$  b)  $-33$  N
6.  $11 \cdot 10^{12}$
7. a)  $y = 0$  b)  $y = \pm 35$  cm
8.  $5,4 \cdot 10^{15}$  g
9. a)  $24 \cdot 10^3$  N/C  
b)  $14^\circ$  c) 5,5 cm
10. 0,63 mm
11.  $2e$
12. 1,0 cm, 1,5 ns, 65 ns
13.  $0, \cdot 10^{-3}$  Nm
14.  

$$\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta \uparrow,$$

$$\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 r} \cos \theta \sin \theta$$
16. a) 0,70  $\mu\text{C}$ , 4,2  $\mu\text{C}$   
b) 1,2 nC, -1,2 nC, 0,0,0,0,0
17. a) 0 b) 1,2 MN/C  
c) 0,36 MN/C
19. 83  $\mu\text{C}$ , 1,5 MV
20. a) 7,5 mJ b) -7,5 mJ  
c) 0 d) 6,8 mJ  
e) 3,8 kV, -3,8 kV, 0, 3,4 kV
21. -83  $\mu\text{C}$
22. a)  $0,96 \cdot 10^{-18}$  N  
b)  $1,9 \cdot 10^{-12}$  J
23. 640 V
24. a) 280 V, b)  $14 \cdot 10^6$  m/s
25.  $39 \cdot 10^{-6}$  J
26.  $x = 0,73$  mm,  $x = 48,5$  mm
27.  $0,40 \cdot 10^{-6}$  J
28. a) 0, 2,6 kV  
b) 43 kV/m, 2,2 kV
30. 4,0 kW
31. a)  $V_A = \frac{Q_A}{4\pi\epsilon_0 r_A}$   

$$V_A = \frac{Q_A}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$
32. 2,3 nC, 3,7 nC
33.  $1,7 \cdot 10^6$  V/m,  $17 \cdot 10^3$  V/m
34. 4,5 kV
35.  $0,12 \cdot 10^{-3}$  C
36.  $U_0 \left( 1 - \frac{h}{d} \right)$
37. a) 0,23 m<sup>2</sup> b) 1,0 kV
38. a)  $1,8 \cdot 10^{-6}$  C/m<sup>2</sup>  
b)  $35 \cdot 10^{-36}$  Cm
39. pienenee 5,0 %, kasvaa 5,0 %, 0, kasvaa 5,0 %
40. a) 7,6 kV  
b)  $1,4 \cdot 10^{-3}$  J
41. a)  $\frac{2\epsilon_r C_0}{1 + \epsilon_r}$   
b)  $\frac{C_0}{2} (1 + \epsilon_r)$
42. a) 170 pF b) 8,0 kV
43. a) 150 V,  $0,60 \cdot 10^{-3}$  C,  $36 \cdot 10^{-3}$  C  
b) pienenee  $43 \cdot 10^{-3}$  J
44. 3,0  $\mu\text{F}$
46. a) 3,2  $\mu\text{F}$  b) 670 V

# *Insinööri- koulutuksen*

# FYSIIKKA

## 2

INSINÖÖRIKOULUTUKSEN FYSIIKAN 1. osan sisältö ja esitystapa saivat erittäin hyvän vastaanoton, joten toinen osa jatkaa samaan tapaan. Sisältönä on sähköoppi, värähdys- ja aaltoliikeoppi, valo-oppi sekä atomi- ja ydinfysiikka. Mukana on myös puolihoiteita käsittelevä luku sekä säteilyn käytön tarkasteluja. Myöskin osan 2 lukujen lopussa on kysymyksiä, joiden selvittäminen helpottaa tietojen omaksumista.

 **Tammertekniikka**

ISBN 951-9004-55-6



9 789519 004556