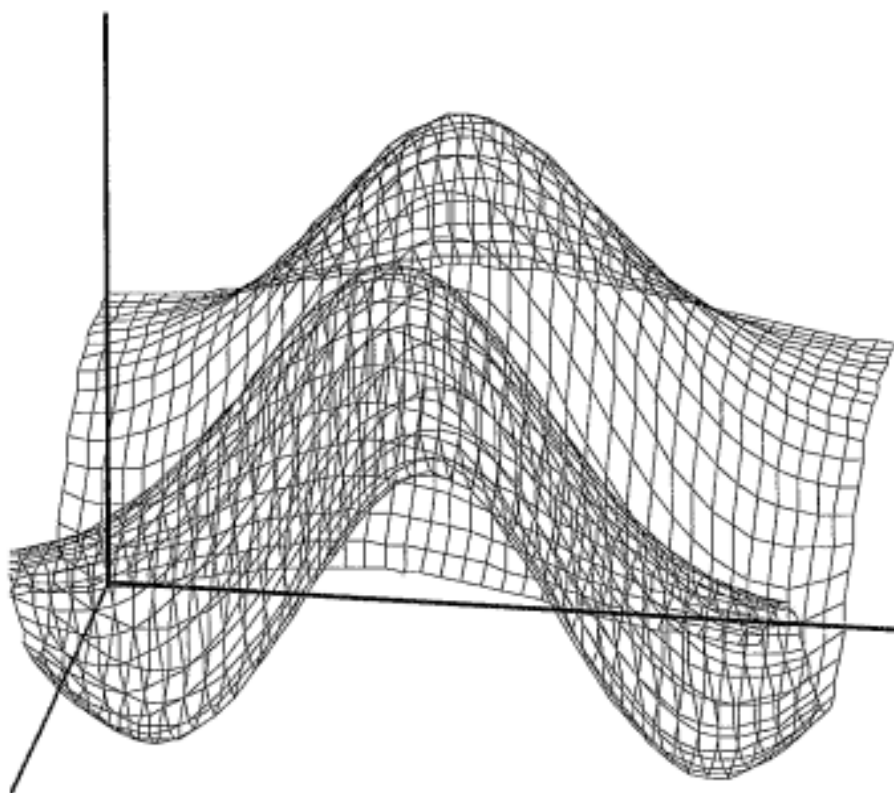


# **MATLAB**

## **Tasokäyrät**

**Timo Mäkelä**



## 5. TASOKÄYRÄT

### 5.1 Yleistä

**Merkkijonolla** tarkoitetaan yksinkertaisten lainausmerkkien välissä olevia merkkejä. Merkkijono tallennetaan vaakavektoriksi.

```
>> mj = 'Tämä on merkkijono'
mj =
Tämä on merkkijono

>> length(mj)           % Jonon pituus
ans =
    18

>> mj(2)               % Jonon toinen alkio
ans =
ä
```

Peruspiirtokomento MATLABissa on **plot**:

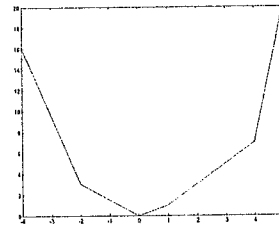
- **plot(x,y)** piirtää vektorin y koordinaatit vektorin x koordinaattien funktiona. Vektorien dimensioiden on oltava samat.
- **plot(x1,y1,str1,x2,y2,str1,...)**: Piirretään vektori y1 koordinaatit vektorin x1 koordinaattien funktiona. Merkkijono str1 määrittää kuvaajan värin ja tyylin. Piirretään vektori y2 koordinaatit vektorin x2 koordinaattien funktiona. Merkkijono str2 määrittää kuvaajan värin ja tyylin... Merkkijonoja str1 ja str2 ei välttämättä tarvitse esiintyä
- **plot(x,A)**: Piirretään  $m \times n$ -matriisi A vektorin x funktiona. Jos vektori x pituus on  $m$ , piirretään A:n sarakevektorit x:n funktiona ( $n$  käyrää). Jos vektori x pituus on  $n$ , piirretään A:n rivivektorit x:n funktiona ( $m$  käyrää).

Plot-komennon merkkijono str koostuu seuraavista merkeistä:

Vaikutus	Merkki	Toiminto
Väri	c, m, y, r, g, b, w, k	cyan, magenta, yellow, red, green, blue, white, black
Viiva	-	yhtenäinen viiva
	--	katkoviiva
	:	pisteviiva
	-.	pistekatkoviiva
	none	ei viivaa
Merkki	+, o, *, x	merkit +, o, *, x
	s, d	neliö, timantti
	^, v, >, >	kolmioita
	p, h	monikulmioita
	none	ei merkkiä

**Esim.** Piirretään vektori y vektorin x funktiona:

```
>> x = [-4 -2 0 1 4 5]
x =
    -4    -2     0     1     4     5
>> y = [16 3 0 1 7 20]
y =
    16     3     0     1     7    20
>> plot(x,y)
```



Kokeile myös merkkijonon vaikutusta. Esim.

```
>> plot(x,y,'ro')
```

Akselit skaalataan automaattisesti. Komennolla

- **axis([xmin xmax ymin ymax])** voi määrätä  $x$ - ja  $y$ -akselin liikkumisvälin.
- **xlim([xmin xmax])** voi määrätä  $x$ -akselin liikkumisvälin.
- **ylim([ymin ymax])** voi määrätä  $y$ -akselin liikkumisvälin.

Seuraavassa on esitetty lisää kuvaan vaikuttavia komentoja:

Komento	Toiminto
axis, xlim, ylim	antaa kuvan rajat vaakavektorina
axis equal	sama skaala $x$ - ja $y$ -akselille
grid on	ruudukko päälle
grid off	ruudukko pois
hold on	säilyttää nykyisen kuvan; uusi kuva samaan ikkunaan
hold off	säilytys pois päältä
clf	puhdistaa nykyisen grafiikkaikkunan

Tekstiä voi lisätä kuvaan seuraavilla komennoilla (txt on merkkijono):

Komento	Toiminto
title(txt)	Kuvan otsikko
xlabel(txt)	$x$ -akselin teksti
ylabel(txt)	$y$ -akselin teksti
legend(txt1,txt2,...)	käyrien nimeäminen

**Huom.** Piirron yhteydessä syntyy usein isoja vektoreita. Näiden tulostuminen näytölle estetään päättämällä komento puolipisteeseen.

Komennolla

**figure(k),**

missä k on positiivinen kokonaisluku luodaan grafiikkaikkuna k, johon seuraavat grafiikkakomennot kohdistuvat.

Grafiikka-ikkuna voidaan jakaa vaakasuunnassa n:ään ja pystysuunnassa m:ään osaan komennolla

**subplot(m,n,p),**

jossa luku p ilmoittaa aktiivisen osan. Osat numeroidaan ylhäältä vasemmalta lähtien vaakasuunnassa ylhäältä alaspäin.

Tarkastellaan tasokäyrän seuraavien esitysmuotojen piirtämistä:

- funktioesitys
- parametriesitys
- napakoordinaattiesitys

## 5.2 Funktioesitys

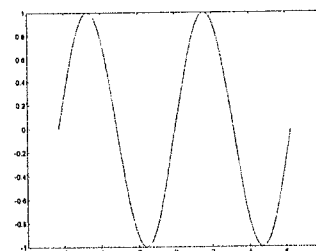
Funktioesityksessä käyrä on annettu muodossa

$$y = f(x), \quad x \in [a, b].$$

**Esim.** Piirretään funktion  $f(x) = \sin x$  kuvaaja välillä  $[-2\pi, 2\pi]$ .

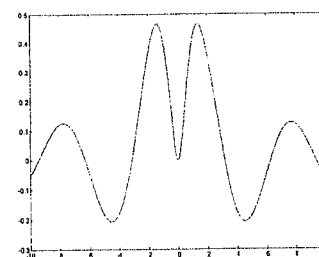
Määritetään muuttujan  $x$  liikkumaväli vektorina. Lasketaan vektoriin  $y$  funktion arvot.

```
>> x = -2*pi:0.01:2*pi;
>> y = sin(x);
>> plot(x,y)
```



**Esim.** Piirretään funktion  $f(x) = \frac{x \sin x}{1+x^2}$  kuvaaja välillä  $[-10, 10]$ .

```
>> x = -10:0.01:10;
>> plot(x, x.*sin(x)./(1+x.^2))
```

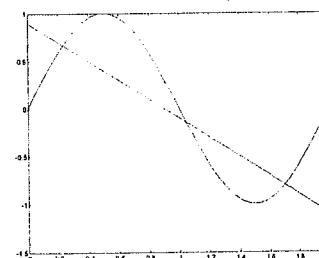


Vektoria  $y$  ei välttämättä tarvitse erikseen luoda.

Huomaa alkioittaisen laskuoperaatioiden käyttö!

**Esim.** Piirretään funktioiden  $f(x) = \sin(\pi x)$  ja  $f(x) = -x + 0,9$  kuvaajat välillä  $[0, 2]$  samaan kuvaan.

```
>> x = 0:0.01:2;
>> A = [sin(pi*x); -x+0.9];
```



```
>> plot(x,A)
```

Huomaa matriisin käyttö!

**Esim.** Piirretään funktioiden  $f(x) = xe^x$  ja  $f(x) = e^{-x} \cos x$  kuvaajat välillä  $[-4, 4]$  samaan kuvaan.

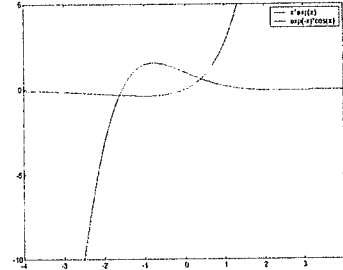
```
>> x = linspace(-4,4);
>> y1 = x.*exp(x);
>> y2 = exp(-x).*cos(x);
>> plot(x,y1,'b-',x,y2,'r:');
```

Asetetaan kuvassa  $x$ -akseli välille  $-4 \dots 4$  ja  $y$ -akseli välille  $-10 \dots 5$

```
>> axis([-4 4 -10 5]);
```

Nimetään vielä käyrät

```
>> legend('x*exp(x)', 'exp(-x)*cos(x)');
```



**Huom.** Vakiofunktio  $f(x) = c$  voidaan piirtää seuraavalla komennolla:

```
plot(x, c*ones(size(x))).
```

Jos  $c = 0$ , voidaan käyttää myös komentoja

```
plot(x, zeros(size(x))) tai plot(x, 0*x).
```

Funktion kuvaajan piirto voidaan suorittaa myös seuraavalla komennolla:

**fplot('funktio', lim, str),**

missä

- **'funktio'** ilmoittaa piirrettävän funktion merkkijonona.
- **lim** ilmoittaa piirtoalueen muodossa
  - $[x_{\min}, x_{\max}]$ , joka ilmoittaa  $x$ -akselin välin tai
  - $[x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}]$ , joka  $x$ -akselin ja  $y$ -akselin välin.
- **str** ilmoittaa kuvaajan värin ja tyylin.

**Esim.** Funktion  $f(x) = \frac{x \sin x}{1+x^2}$  kuvaaja välillä  $[-10, 10]$  piirretään komennolla

```
>> fplot('x*sin(x)/(1+x^2)', [-10, 10])
```

Huomaa, että alkioittaista laskuoperaatioita ei tarvitse käyttää.

## TEHTÄVIÄ

1. Piirrä funktion

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

kuvaaja välillä  $[-4, 4]$ .

2. Piirrä funktioiden

$$f(x) = x^2 - 2,5$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

kuvaajat samaan kuvaan. Valitse  $x$ -akselin väliksi  $-5 \dots 5$  ja  $y$ -akselin väliksi  $-5 \dots 10$ .

### 5.3 Parametriesitys

Koordinaattimuotoisessa parametriesityksessä tasokäyrä annetaan muodossa

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}, \quad t \in [a, b].$$

Kirjainta  $t$  sanotaan parametriksi.

**Esim.** Piirretään sykloidi

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}, \quad t \in [0, 6\pi]$$

Parametrin  $t$  liikkumisväli:

```
>> t = 0:0.01:6*pi;
```

$x$ - ja  $y$ -koordinaatit:

```
>> x = t - sin(t);
>> y = 1 - cos(t);
```

Kuvaaja:

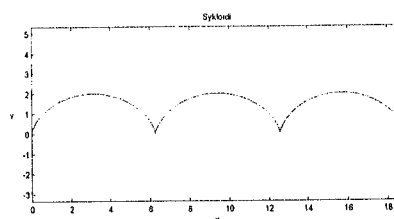
```
>> plot(x, y)
```

Asetetaan akseleille samat skaalat, jolloin kuva ei ole vääristynyt.

```
>> axis equal
```

Lisätään kuvaan tekstejä

```
>> xlabel('x'); ylabel('y');
>> title('Sykloidi')
```



### TEHTÄVIÄ

Piirrä käyrät

1. Origokeskinen yksikköympyrä, jonka parametriesitys on  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$ . Aseta akselit siten, että ympyrä näyttää ympyrältä.

2.  $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$

3.  $\begin{cases} x = \cos(n \cdot t) \\ y = \sin(k \cdot t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$ .

Kokeile eri kokonaisluvuilla  $n$  ja  $k$ .

### 5.4 Napakoordinaattiesitys

Napakoordinaattiesityksessä käyrä on annettu muodossa

$$r = f(\varphi), \quad \varphi \in [\alpha, \beta],$$

missä  $r$  ja  $\varphi$  ovat tason pisteen napakoordinaatit.

Piirto suoritetaan komennolla **polar**( $\varphi, r(\varphi)$ )

**Esim.** Piirretään kardioidi

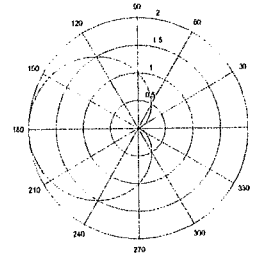
$$r = 1 - \cos \varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi]$$

Napakulman  $t$  liikkumisväli:

```
>> t = 0:0.01:2*pi;
```

Kuvaaja:

```
>> polar(t, 1-cos(t))
```



### TEHTÄVIÄ

Piirrä käyrät

1.  $r = \varphi$
2.  $r = \sin(n \cdot \varphi) \cos(k \cdot \varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi]$

Kokeile eri kokonaisluvuilla  $n$  ja  $k$ .